

ÉCOLE POLYTECHNIQUE
ÉCOLE SUPÉRIEURE DE PHYSIQUE ET CHIMIE INDUSTRIELLES

CONCOURS 2003

FILIERE MP - OPTION SCIENCES INDUSTRIELLE

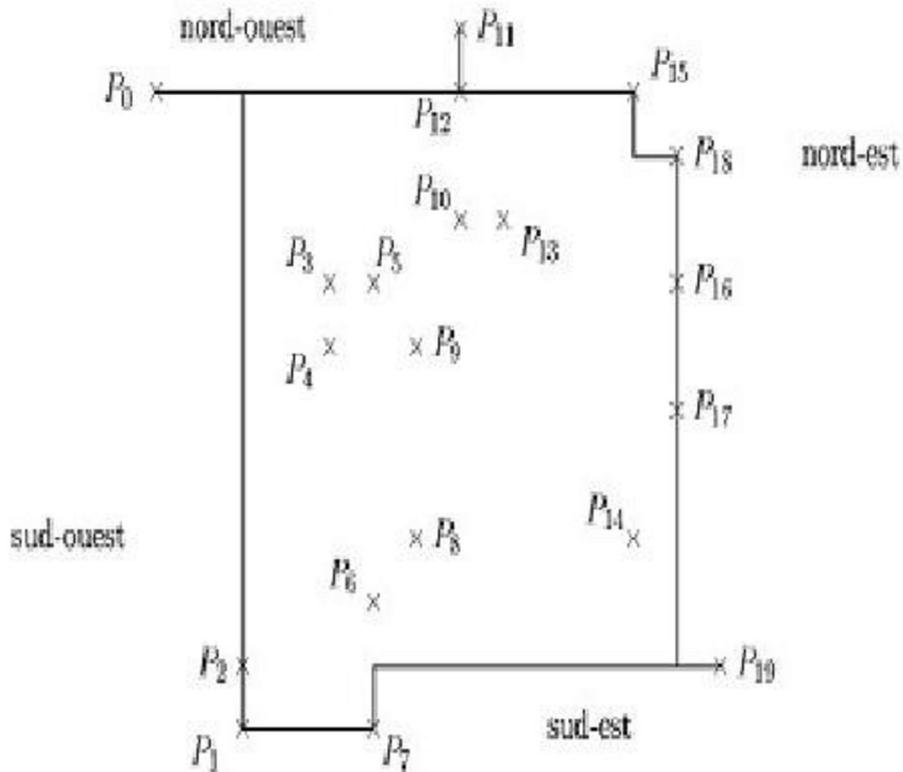
FILIERE PC

ÉPREUVE FACULTATIVE D'INFORMATIQUE

(Durée : 2 heures)

L'utilisation des calculatrices **n'est pas autorisée** pour cette épreuve.
 Le langage de programmation choisi par le candidat doit être spécifié en tête de la copie.

s



Un
 Le rot
 Ses dé
 pas trè
 une fic

L'i
 les qua

i.
i.
i.
i.

L'enve
 points.

i D O)
 mées.
 n'esl
 dant

ifiani

es

On se propose de calculer les points définissant l'enveloppe Manhattan dans un premier temps, puis de tracer cette enveloppe dans un deuxième temps.

Question 1 Ecrire la fonction *sudouest* qui retourne le résultat vrai si et seulement si le point de coordonnées (x_1, y_1) est au sudouest du point de coordonnées (x_2, y_2) , c'est-à-dire si $x_1 \leq x_2$ et $y_1 \geq y_2$. Ecrire de même les fonctions *nordouest*, *sudest*, *nordest*. (Dans les langages de programmation où les valeurs booléennes n'existent pas, on rendra l'entier 0 pour la valeur *faux* et 1 pour la valeur *vrai*)

Nous décomposons le calcul de l'enveloppe en quatre fonctions : la première calcule les points définissant la partie sud-ouest de l'enveloppe, la deuxième calcule les points définissant la partie nord-ouest, la troisième et quatrième font de même sur les parties sud-est et nord-est.

On suppose les coordonnées des n points P rangés dans deux tableaux a et b d'entiers contenant l'abscisse a et l'ordonnée b du point P pour tout i ($0 \leq i < n$). En outre, on suppose les points rangés par ordre d'abscisses croissantes, c'est-à-dire $a_i \leq a_j$ pour $0 \leq i < j < n$.

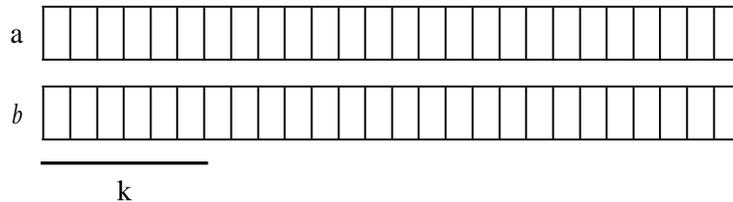
Question 2 Ecrire une fonction *echange* prenant comme arguments les tableaux a et b , les indices i et j et qui échange, dans chacun des tableaux a et b , les valeurs contenues aux indices i et j .

Les points définissant la partie sud-ouest de l'enveloppe sont les points P tels que $a_i \leq a_j$ et $b_i \geq b_j$ implique $a_i = a_j$ et $b_i = b_j$ pour tout j ($0 \leq j < n$).

Question 3 Dans l'exemple précédent, donner parmi les 20 points P , les points définissant la partie sud-ouest de l'enveloppe.

Question 4 Ecrire une fonction *frontiereSO* prenant en argument les tableaux a et b et retournant le nombre k de points définissant la partie sud-ouest de l'enveloppe Manhattan des n

points de coordonnées a et b . On modifiera les tableaux a et b pour qu'ils contiennent dans leur k premières places les coordonnées des points définissant la partie sud-ouest de l'enveloppe, rangées en ordre d'abscisses croissantes.



Après avoir exécuté la fonction précédente, on suppose qu'une fonction range dans deux tableaux aSO , bSO les coordonnées des points précédemment trouvés, qui définissent la partie sud-ouest. Une variable globale nSO a pour valeur le nombre de ces points.

Trace de l'enveloppe

Les points définissant la partie nord-ouest de l'enveloppe sont les points P tels que $a \in b$ et $b \notin b$ implique $a \in a$ et $b \in b$ pour tout j ($0 < j < n$).

Question 5 Donner les points définissant la partie nord-ouest de l'enveloppe sur l'exemple. Modifier la fonction précédente pour obtenir la fonction *frontiereNO* correspondante pour la partie nord-ouest de l'enveloppe.

Question 6 Ecrire également les fonctions *frontiereSE* et *frontiereNE* correspondant aux parties sud-est et nord-est.

On suppose \mathcal{A} present que les coordonnées des points précédemment trouvés, qui définissent les partie sud-ouest, nord-ouest, sud-est et nord-est, sont rangées respectivement dans des tableaux aSO , bSO , aNO , bNO , aSE , bSE , aNE , bNE , et toujours classées par ordre d'abscisses croissantes. Soient nSO , nNO , nSE , nNE les nombres de ces points. On suppose également qu'il existe deux fonctions graphiques *moveTo* et *lineTo* telles que

- *moveTo*(x,y) déplace le point courant au point (x, y),
- *lineTo*(x,y) trace un segment du point courant jusqu'au point (x, y). Après le trace, le point courant devient le point de coordonnées (x, y).

Question 7 Ecrire une fonction qui dessine l'enveloppe Manhattan. (Cette fonction utilise les 12 variables globales aSO , bSO , aNO , bNO , aSE , bSE , aNE , bNE , nSO , nNO , nSE , nNE .)

Question 8 L'enveloppe peut-elle produire un polygone croisé? Si oui, donner une piste pour résoudre ou éviter ce problème. $O(1)$ operations.

* *
*